

L'analisi geostatistica per il territorio e l'ambiente

L'analisi geostatistica per il territorio e l'ambiente

Donato Posa - Claudia Cappello - Sabrina Maggio



UNIVERSITÀ
DEL SALENTO

Dip. di Scienze dell'Economia - Sezione Matematico-Statistica

StatCities

Taranto2019



COMUNE di
TARANTO



4 LUGLIO 2019

1 Cenni teorici

- Campo aleatorio spazio-temporale stazionario del secondo ordine
- Ipotesi intrinseche
- Analisi strutturale: stima e modellizzazione
 - Stima della funzione covarianza o del variogramma spazio-temporale
 - Adattamento di un modello ammissibile
- Kriging spazio-temporale

2 Un caso di studio

- Analisi strutturale per il PM_{10}
- Stima dei valori mancanti
- Previsioni spazio-temporali delle concentrazioni giornaliere di PM_{10}
- Stima della f.r.

3 Bibliografia

La Geostatistica, comunemente associata all'analisi dei dati territoriali, fornisce gli strumenti idonei per studiare una o più caratteristiche, rilevate in corrispondenza di alcune localizzazioni di uno spazio o di un'area geografica.

I dati oggetto di indagine sono riferiti ad alcune localizzazioni spaziali di un territorio, per cui sono solitamente denominati *dati a struttura spaziale*.

In generale, gli strumenti della Geostatistica vengono applicati in tutti i settori in cui è possibile riconoscere un'utilità nel valorizzare la dimensione spaziale dei dati disponibili (Geologia, Meteorologia, nonché Marketing, Finanza ed Economia).

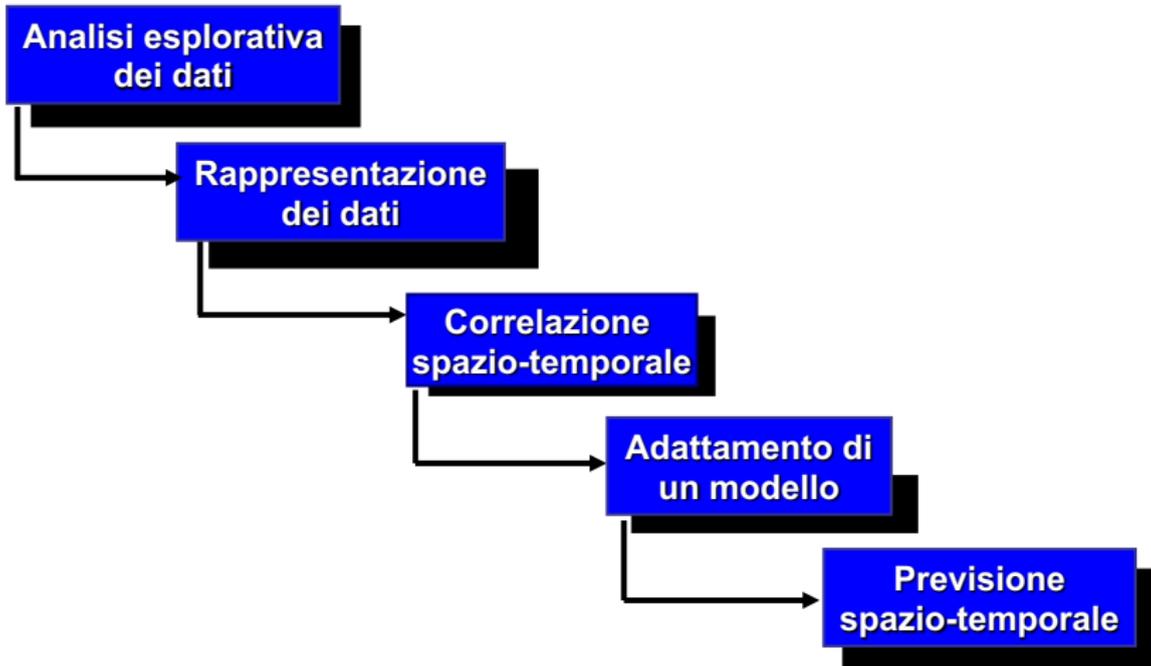
Tuttavia molti fenomeni oggetto di osservazione nell'ambito dei settori delle scienze applicate sono caratterizzati oltre che da una continuità spaziale, anche da un'evoluzione temporale.

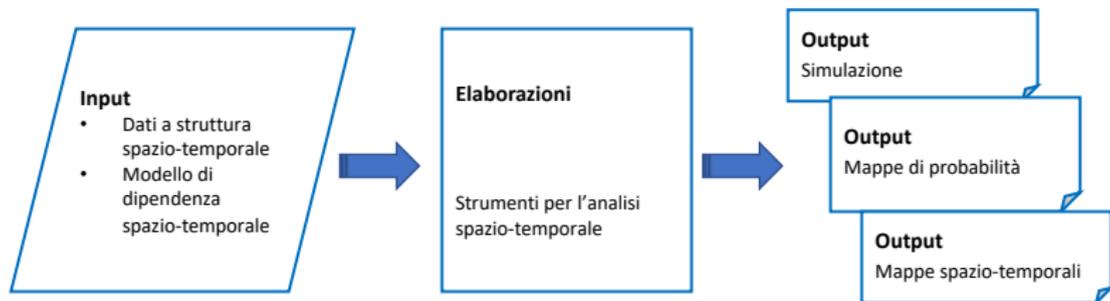
Si pensi, ad esempio, alle variabili ambientali tra cui quelle misurate in meteorologia, idrologia oppure a quelle legate al monitoraggio della qualità dell'acqua e del suolo.

In tale contesto l'individuazione di appropriati modelli statistici idonei a descrivere la variabilità spazio-temporale risulta essere di fondamentale importanza per la soluzione delle problematiche ad esse connesse.

Un modello spazio-temporale può essere utilizzato per

- definire la geometria ottimale dei punti da campionare,
- validare valori già rilevati,
- effettuare previsioni nello spazio e nel tempo.





I processi o i fenomeni spazio-temporali che si sviluppano simultaneamente nello spazio e nel tempo intervengono in quasi tutti i settori delle scienze applicate, come l'Idrogeologia, l'Ingegneria ambientale, la Climatologia e la Meteorologia.

In molte situazioni, la distribuzione spazio-temporale dei processi naturali coinvolti presenta: **a)** una struttura sistematica a livello macroscopico ed **b)** una puramente casuale a livello microscopico.

Pertanto, è opportuno considerare appropriati modelli stocastici sviluppati nel contesto della teoria dei *Campi Aleatori Spazio-Temporali (CAST)*, al fine di valutare l'incertezza che caratterizza la distribuzione dei processi spazio-temporali (Christakos, 1992).

Campi Aleatori Spazio-Temporali (*STFR*)

I valori osservati di un processo spazio-temporale possono essere considerati come una realizzazione di un *CAST*

$$\{Z(\mathbf{s}, t); \mathbf{s} \in D, t \in T\} \quad (1)$$

dove $D \subseteq \mathbb{R}^d$, con $d \leq 3$ è il dominio spaziale, e $T \subseteq \mathbb{R}_+$ è il dominio temporale.

☞ Assumendo l'esistenza dei momenti del primo e del secondo ordine per Z , quest'ultimo può essere decomposto come segue:

$$Z(\mathbf{s}, t) = m(\mathbf{s}, t) + Y(\mathbf{s}, t) \quad (2)$$

dove $m(\mathbf{s}, t)$ è il valore atteso di Z , di solito denominato *trend*, o meglio *drift*, mentre Y è un campo aleatorio con $E[Y(\mathbf{s}, t)] = 0$.

L'analisi di un *CAST* $Z(\mathbf{s}, t)$ è basata sui momenti aleatori del primo e secondo ordine, quali, il *valore medio* o *valore atteso*, la *funzione covarianza* spazio-temporale centrata:

$$C_{ST}(\mathbf{s}, t; \mathbf{s}', t') = E[(Z(\mathbf{s}, t) - m(\mathbf{s}, t))(Z(\mathbf{s}', t') - m(\mathbf{s}', t'))] \quad (3)$$

ed il *variogramma* spazio-temporale:

$$\gamma_{ST}(\mathbf{s}, t; \mathbf{s}', t') = \frac{1}{2} \text{Var}[(Z(\mathbf{s}, t) - Z(\mathbf{s}', t'))]. \quad (4)$$

Un *CAST* stazionario del secondo ordine

Un *CAST* $Z(\mathbf{s}, t)$ è **stazionario del secondo ordine** se:

$$E[Z(\mathbf{s}, t)] = m, \quad \forall (\mathbf{s}, t) \in D \times T \quad (5)$$

e

$$C_{ST}(\mathbf{s}, t; \mathbf{s}', t') = C_{ST}(\mathbf{h}_s, h_t) \quad (6)$$

dove $\mathbf{h}_s = \mathbf{s} - \mathbf{s}'$, $h_t = t - t'$.

☞ Nel caso di un *CAST* **stazionario del secondo ordine**, vale la seguente relazione:

$$C_{ST}(\mathbf{h}_s, h_t) = C_{ST}(\mathbf{0}, 0) - \gamma_{ST}(\mathbf{h}_s, h_t). \quad (7)$$

Ipotesi intrinseche

$Z(\mathbf{s}, t)$ soddisfa le **ipotesi intrinseche** se:

$$E[Z(\mathbf{s} + \mathbf{h}_s, t + h_t) - Z(\mathbf{s}, t)] = 0, \quad \forall (\mathbf{s}, t) \in D \times T$$

e

$$\gamma_{ST}(\mathbf{h}_s, h_t) = \text{Var}[Z(\mathbf{s} + \mathbf{h}_s, t + h_t) - Z(\mathbf{s}, t)],$$

esiste e dipende solo da \mathbf{h}_s ed h_t .

☞ Il variogramma è una misura di dissimilarità, come funzione di (\mathbf{h}_s, h_t) , tra le variabili aleatorie $Z(\mathbf{s}, t)$ e $Z(\mathbf{s} + \mathbf{h}_s, t + h_t)$.

Analisi strutturale: stima e modellizzazione

La prima fase dell'analisi strutturale è rappresentata dalla **stima** della funzione covarianza o del variogramma spazio-temporale di un campo aleatorio stazionario Z .

Stimatore del variogramma ST

Assegnato l'insieme A di localizzazioni campionate nello spazio-tempo

$$A = ((\mathbf{s}_i, t_j), i = 1, 2, \dots, n_s, j = 1, 2, \dots, n_t),$$

lo stimatore del variogramma ST , $\hat{\gamma}_{ST}$, può essere calcolato come segue:

$$\hat{\gamma}_{ST}(\mathbf{r}_s, r_t) = \frac{1}{2|L(\mathbf{r}_s, r_t)|} \sum_{L(\mathbf{r}_s, r_t)} [Z(\mathbf{s} + \mathbf{h}_s, t + h_t) - Z(\mathbf{s}, t)]^2, \quad (8)$$

dove $|L(\mathbf{r}_s, r_t)|$ è la cardinalità dell'insieme

$$L(\mathbf{r}_s, r_t) = \{(\mathbf{s} + \mathbf{h}_s, t + h_t) \in A, (\mathbf{s}, t) \in A : \mathbf{h}_s \in Tol(\mathbf{r}_s) \text{ ed } h_t \in Tol(r_t)\},$$

e $Tol(\mathbf{r}_s)$, $Tol(r_t)$ rappresentano, rispettivamente, alcune regioni specifiche di tolleranza intorno ad \mathbf{r}_s ed r_t .

☞ Non viene definita alcuna metrica spazio-temporale. Le coppie di punti separate dal vettore di separazione (\mathbf{h}_s, h_t) vengono identificate calcolando, separatamente, le distanze puramente spaziali da quelle temporali.

Analisi strutturale: stima e modellizzazione

La seconda fase dell'analisi strutturale consiste **nell'adattamento di un modello ammissibile** ad una covarianza o ad un variogramma empirico.

☞ In uno studio recente De Iaco e Posa (2013) hanno proposto l'utilizzo dell'indice di non-separabilità al fine di selezionare correttamente la classe di funzioni di covarianza o del modello di variogramma per i dati in esame.

Analisi strutturale: stima e modellizzazione

Attualmente, sono disponibili diverse classi di funzioni di covarianza o variogrammi spazio-temporali, quali

- la classe dei modelli metrici (Dimitrakopoulos e Luo, 1994),
- il modello somma (Rouhani e Myers, 1990),
- il modello prodotto (Posa, 1993) ed
- alcune famiglie di modelli spazio-temporali non separabili (Cressie e Huang, 1999; De Cesare et al., 2001; De Iaco et al., 2001, 2002a; Gneiting, 2002; Kolovos et al., 2004; Ma, 2002, 2003, 2005; Porcu et al., 2008; Rodrigues e Diggle, 2010; Stein, 2005).

☞ Sebbene la selezione di una classe appropriata di modelli possa essere basata sulle sue caratteristiche geometriche e sulle proprietà teoriche (De Iaco, 2010; De Iaco et al., 2013), **il modello somma-prodotto generalizzato (De Iaco et al., 2001) è ampiamente utilizzato** in differenti aree, dalle Scienze Ambientali alla Medicina, dall'Ecologia all'Idrologia.

Analisi strutturale: stima e modellizzazione

Il modello somma-prodotto generalizzato

$$\gamma_{ST}(\mathbf{h}_s, h_t) = \gamma_{ST}(\mathbf{h}_s, 0) + \gamma_{ST}(\mathbf{0}, h_t) - k\gamma_{ST}(\mathbf{h}_s, 0)\gamma_{ST}(\mathbf{0}, h_t), \quad (9)$$

dove $\gamma_{ST}(\mathbf{h}_s, 0)$ e $\gamma_{ST}(\mathbf{0}, h_t)$ sono i variogrammi marginali spaziale e temporale, rispettivamente, e k è un parametro che dipende dalla sella globale (ovvero il valore limite del variogramma spazio-temporale).

☞ La potenza del modello risiede nella flessibilità del processo di adattamento, che richiede il fittaggio dei variogrammi marginali e del solo parametro k (De Iaco e Posa, 2013).

Kriging spazio-temporale



Come effettuare previsioni per il processo Z sulla base dei valori osservati $z(\mathbf{u}_i) = z(\mathbf{s}, t)_i, i = 1, \dots, n$?

Sistema del kriging stazionario

Assegnate le variabili aleatorie $Z(\mathbf{u}_i) = Z(\mathbf{s}, t)_i, i = 1, \dots, n$, il problema consiste nello stimare $Z(\mathbf{u}) = Z(\mathbf{s}, t)$ in una localizzazione non campionata spazio-temporale $\mathbf{u} = (\mathbf{s}, t)$ mediante il seguente previsore lineare

$$\widehat{Z}(\mathbf{u}) = \sum_{i=1}^n \lambda_i(\mathbf{u}) Z(\mathbf{u}_i).$$

I pesi $\lambda_i, i = 1, \dots, n$ sono determinati risolvendo il seguente sistema lineare, denominato *sistema del kriging stazionario* (Cressie, 1993):

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^n \lambda_i(\mathbf{u}) \gamma_{ST}(\mathbf{u}_i, \mathbf{u}_j) - \phi(\mathbf{u}) & = \gamma_{ST}(\mathbf{u}_j, \mathbf{u}) \quad j = 1, \dots, n \\ \sum_{i=1}^n \lambda_i(\mathbf{u}) & = 1 \end{cases} \quad (10)$$

dove γ_{ST} rappresenta il variogramma spazio-temporale di Z e ϕ il moltiplicatore di Lagrange.

Il kriging ST indicatore: stima non parametrica

In Geostatistica, un metodo di stima non parametrico, noto come *kriging indicatore* (Journel, 1983; Posa, 1992), è stato ampiamente utilizzato **per ottenere la distribuzione cumulativa a posteriori o funzione di ripartizione (f.r. della variabile oggetto di studio in una localizzazione non campionata).**

Il campo aleatorio indicatore

In un contesto spazio-temporale, assegnate le realizzazioni campionarie $z(\mathbf{u}_i), i = 1, 2, \dots, n$, la probabilità condizionata $Prob\{Z \leq z | \mathcal{H}_n\}$, con $\mathcal{H}_n = \{z(\mathbf{u}_i), \mathbf{u}_i, i = 1, 2, \dots, n\}$, è interpretata come il valore atteso condizionato di un campo aleatorio (RF) indicatore $I(\mathbf{u}; z)$, ovvero:

$$Prob\{Z(\mathbf{u}) \leq z | \mathcal{H}_n\} = E[I(\mathbf{u}; z | \mathcal{H}_n)],$$

dove

$$I(\mathbf{u}; z) = \begin{cases} 1, & \text{if } Z \leq z \\ 0, & \text{if } Z > z. \end{cases} \quad (11)$$

Il variogramma spazio-temporale indicatore

Il **variogramma spazio-temporale indicatore** per una soglia fissata z è formalizzato come segue:

$$\gamma_{ST}^I(\mathbf{h}_s, h_t; z) = 0.5E [I(\mathbf{s} + \mathbf{h}_s, t + h_t; z) - I(\mathbf{s}, t; z)]^2. \quad (12)$$

☞ Tale variogramma spazio-temporale può essere modellato da un modello somma-prodotto generalizzato (9).

Un caso di studio

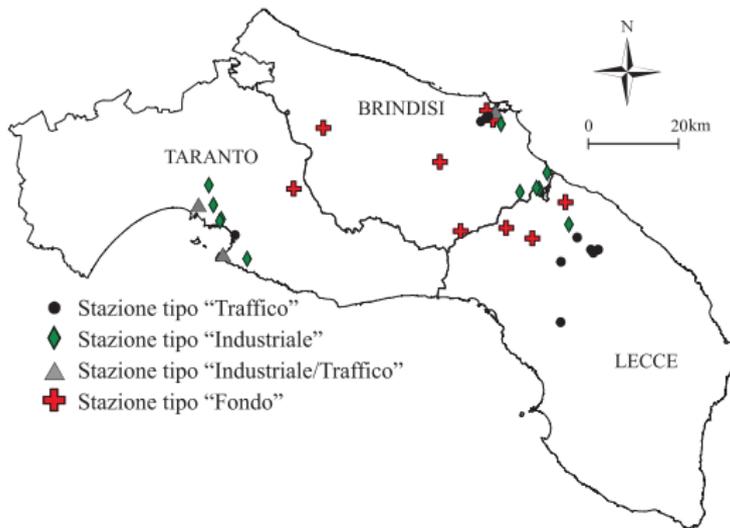
In questo caso di studio, i dati osservati sono rappresentati dalle concentrazioni giornaliere di PM_{10} (in $\mu g/m^3$), rilevate nel mese di Dicembre 2013 in varie stazioni di monitoraggio dislocate nel Sud della Puglia (Lecce, Brindisi, Taranto). Le fasi che hanno caratterizzato l'analisi della correlazione spazio-temporale sono le seguenti:

- a) analisi strutturale,
- b) stima dei valori mancanti,
- c) previsioni, nell'area di studio, delle concentrazioni di PM_{10} in istanti temporali, sulla base delle ultime osservazioni disponibili,
- d) stima della funzione di ripartizione in stazioni di monitoraggio considerate ad alto rischio di inquinamento da PM_{10} .

Si noti che per la modellizzazione e previsione è stata utilizzata una routine opportunamente modificata del software GSLib (Deutsch e Journel, 1997; De Cesare et al., 2001).

Un caso di studio: il *data set*

Il *data set* analizzato consiste nelle concentrazioni giornaliere di PM_{10} (in $\mu g/m^3$), rilevate nel mese di Dicembre 2013 in diverse stazioni di monitoraggio dislocate nel Sud della Puglia (Province di Lecce, Brindisi, Taranto). **In particolare, vi sono 33 stazioni del PM_{10}** di tipo traffico o industriali, a seconda dell'area in cui ricadono.



Il Particolato sottile è una miscela complessa di particelle estremamente piccole solide e liquide disperse nell'atmosfera, composto essenzialmente da nitrati e solfati, che potrebbe causare gravi problemi alla salute umana, come l'insorgenza di malattie respiratorie o altro.

Un caso di studio: il *data set*

☞ Secondo le disposizioni legislative nazionali concernenti la protezione della salute umana, le concentrazioni medie giornaliere di PM₁₀, non possono superare i 50 $\mu\text{g}/\text{m}^3$ per più di 35 volte all'anno.

Analizzando le concentrazioni medie giornaliere di PM₁₀ misurate nel mese di Dicembre 2013 nell'area in esame, il valore di soglia è stato superato 135 volte, specialmente nei giorni 9, 14, 15 del mese di Dicembre 2013, e durante il periodo 19-24 Dicembre 2013.

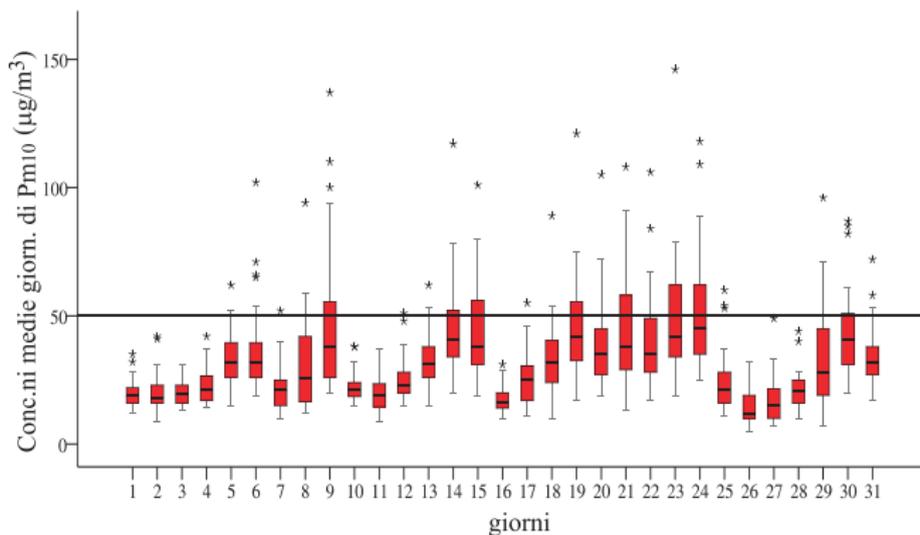


Figura: Boxplots delle concentrazioni giornaliere di PM₁₀, classificate per giorno

Caso di studio: step a) Analisi strutturale per il PM_{10}

I dati disponibili sono stati considerati come una realizzazione di un *CAST* definito nella (2). Assumendo che il *CAST* Z sia caratterizzato da una componente trend m costante nel dominio spazio-temporale, l'analisi geostatistica è stata eseguita per le concentrazioni medie giornaliere osservate di PM_{10} . Quindi, è stato stimato il variogramma spazio-temporale.

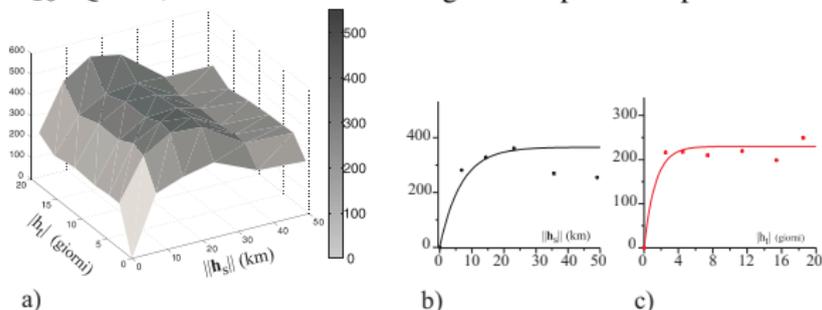


Figura: a) Variogramma empirico spazio-temporale, b) variogramma marginale spaziale e modello adattato, c) variogramma marginale temporale e modello adattato

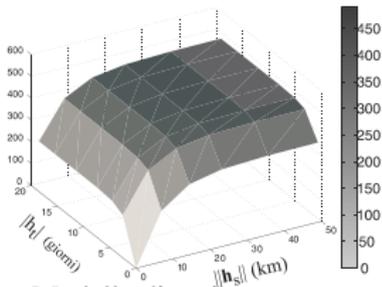


Figura: Modello di variogramma spazio-temporale adattato

☞ L'affidabilità del modello adattato è stata valutata utilizzando i risultati della validazione incrociata. Infine, il coefficiente di correlazione lineare r ($r = 0.8$) tra valori osservati e stimati è stato anche calcolato per valutare l'adeguatezza del modello adattato.

Caso di studio: step a) Analisi strutturale per il PM₁₀

La correlazione spazio-temporale dei dati rilevati può essere opportunamente modellata attraverso il modello di variogramma somma-prodotto generalizzato riportato in (9). In particolare, i seguenti modelli di variogramma sono stati adattati ai variogrammi marginali empirici spaziale e temporale:

$$\gamma_{ST}(\mathbf{h}_s, 0) = 365 [1 - \exp(-3\|\mathbf{h}_s\|/a_s)], \quad (13)$$

$$\gamma_{ST}(\mathbf{0}, h_t) = 230 [1 - \exp(-3|h_t|/a_t)], \quad (14)$$

con range spaziale a_s uguale a 20 km e range temporale a_t uguale a 4 giorni.

La correlazione spazio-temporale delle concentrazioni medie giornaliere del PM₁₀ è stata modellata mediante il seguente modello somma-prodotto generalizzato:

$$\gamma_{ST}(\mathbf{h}_s, h_t) = \gamma_{ST}(\mathbf{h}_s, 0) + \gamma_{ST}(\mathbf{0}, h_t) - 0.00125 \gamma_{ST}(\mathbf{h}_s, 0) \gamma_{ST}(\mathbf{0}, h_t), \quad (15)$$

dove $\gamma_{ST}(\mathbf{h}_s, 0)$ e $\gamma_{ST}(\mathbf{0}, h_t)$ sono i modelli (13) e (14), rispettivamente, e $k = 0.00125$ (che corrisponde ad una sella globale pari a 490).

Caso di studio: step b) Stima dei valori mancanti

Per vari problemi tecnici, si verifica che alcune stazioni di monitoraggio non funzionano per un intervallo di tempo o registrano dati che potrebbero non essere considerati validi. In tal caso, è **fondamentale ricostruire il *data set* mediante la stima dei valori mancanti**.

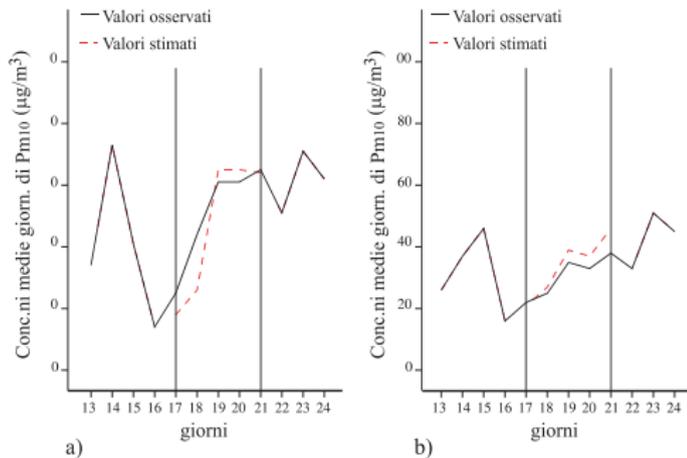


Figura: Diagramma cartesiano per i valori mancanti stimati del PM₁₀ in a) una stazione industriale e b) una stazione di tipo traffico

E' stato ipotizzato che 2 stazioni, una situata vicino ad una zona industriale e l'altra in una zona con traffico urbano pesante, non abbiano registrato alcuni dati.

Per le stazioni selezionate i dati registrati dal 17 al 21 Dicembre sono stati temporaneamente eliminati e successivamente stimati utilizzando il modello (15).

I valori stimati mediante il kriging riescono a riprodurre lo stesso comportamento dei valori osservati, per entrambe le stazioni selezionate.

Un caso di studio: step c) Previsioni ST del PM_{10}

Le concentrazioni giornaliere di PM_{10} , misurate nel mese di Dicembre 2013, nonché il modello (15) sono stati utilizzati per stimare le medie giornaliere di PM_{10} nell'area di studio nel periodo **1-4 Gennaio 2014**.

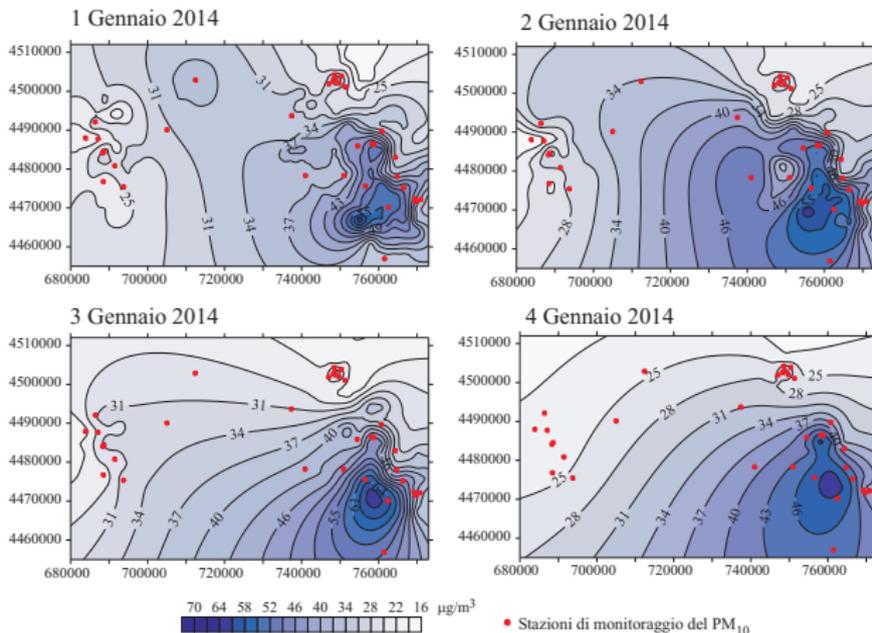


Figura: curve di livello dei valori medi giornalieri di PM_{10} per il periodo 1-4 Gennaio 2014

■ I puntini rossi nelle mappe rappresentano le stazioni di monitoraggio. **Alti valori di PM_{10} sono stati stimati nella parte SE dell'area oggetto di studio:** questa zona corrisponde ai confini tra le Province di Lecce e Brindisi, nelle strette vicinanze di un sito industriale.

Un caso di studio: step d) Stima della f.r.

I dati disponibili ed il metodo del kriging spazio-temporale basato sul modello di variogramma spazio-temporale (15), sono stati usati per stimare la f.r. in 4 stazioni di monitoraggio opportunamente selezionate.

In particolare, sono stati opportunamente selezionati **7 valori di soglia** per il PM_{10} (10, 25, 32, 38, 50, 55 e $70 \mu g/m^3$); quindi i valori osservati sono stati codificati in *bit* (1 se il valore osservato non è maggiore della soglia, 0 altrimenti).

Dopo aver calcolato il variogramma *ST* indicatore per ogni soglia, il modello somma-prodotto generalizzato è stato adattato a ciascun variogramma *ST* empirico.

Quindi, la f.r. è stata stimata risolvendo il sistema del kriging indicatore per i diversi valori di soglia predefiniti.

Un caso di studio: step d) Stima della f.r.

I grafici delle funzioni di ripartizione stimate evidenziano che la probabilità di non eccedere una soglia prefissata è sempre più elevata per la **stazione A** (linea rossa), che è una centralina dislocata nel centro della città.

D'altra parte, la probabilità di non eccedere una soglia prefissata (in particolare il valore fissato dalla normativa nazionale corrispondente a $50 \mu\text{g}/\text{m}^3$), è più bassa per la **stazione C** e la **stazione D** (linea blu e verde, rispettivamente), ovvero stazioni dislocate in aree ad elevato traffico (la prima), e vicino a un grande sito industriale (la seconda).

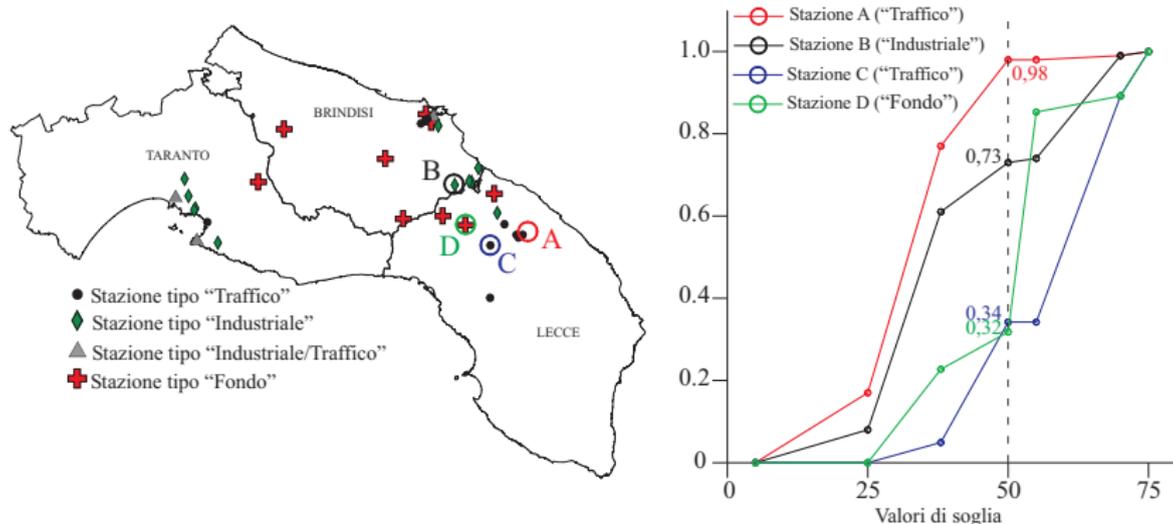


Figura: F.r. stimate per le concentrazioni medie del PM_{10} in 4 stazioni di monitoraggio selezionate per l'1 Gennaio 2014 (la linea tratteggiata corrisponde al valore limite fissato dalla normativa nazionale.)

-  Christakos, G.: Random Field Models in Earth Sciences. Academic Press Inc., San Diego (1992)
-  Cressie, N.: Statistics for Spatial Data. John Wiley & Sons Inc., New York (1993)
-  Cressie, N., Huang, H.: Classes of Nonseparable, Spatio-temporal Stationary Covariance Functions. *J. Am. Statist. Assoc.* **94**, 1330–1340 (1999)
-  De Cesare, L., Myers, D.E., Posa, D.: Estimating and modelling Space-Time Correlation Structures. *Statistics and Probability Letters* **51**, 1, 9–14 (2001)
-  De Iaco, S.: Space-time correlation analysis: a comparative study. *J. of Applied Stat.* **37**, 6, 1027–1041 (2010)
-  De Iaco S., Posa D.: Positive and negative non-separability for space-time covariance models. *J. Stat. Plann. Inf.* **143**, 378–391 (2013)
-  De Iaco, S., Myers, D.E., Posa, D.: Space-time analysis using a general product sum model. *Stat. and Probab. Letters* **52**, 1, 21–28 (2001)

-  De Iaco, S., Myers, D.E., Posa, D.: Nonseparable space-time covariance models: Some parametric families. *Math. Geology* **34**, 1, 23–41 (2002a)
-  De Iaco, S., Posa, D., Myers, D.E.: Characteristics of some classes of space-time covariance functions. *J. Stat. Plan. Infer.* **143**, 11, 2002–2015 (2013)
-  Deutsch, C.V., Journel, A.G.: *GSLIB: Geostatistical Software Library and User's Guide*. Oxford Univ. Press, New York (1997)
-  Dimitrakopoulos, R., Luo, X.: Spatiotemporal modelling: covariances and ordinary kriging systems. *Geostatistics for the next century*, Kluwer Academic Publishers, 88–93 (1994)
-  Gneiting, T.: Nonseparable, Stationary Covariance Functions for Space-Time Data. *J. Am. Statist. Assoc.* **97**, 458, 590–600 (2002)
-  Journel, A.G.: Nonparametric estimation of spatial distributions. *Mat. Geol.* **15**, 3, 445–468 (1983)
-  Kolovos, A., Christakos, G., Hristopulos, D., and Serre, M.: Methods for generating non-separable spatiotemporal covariance models with

potential environmental applications. *Advances in Water Resources* **27**, 815–830 (2004)



Ma, C.: Spatio-temporal covariance functions generated by mixtures. *Math. Geol.* **34**, 8, 965–975 (2002)



Ma, C.: Families of spatio-temporal stationary covariance models. *J. Stat. Plan. Infer.*, **116**, 489–501 (2003)



Ma, C.: Linear combinations of space-time covariance functions and variograms. *IEEE Transactions on signal processing* **53**, 3, 857–864 (2005)



Porcu, E., Mateu, J., Saura, F.: New classes of covariance and spectral density functions for spatio-temporal modelling. *Stoch. Environ. Res. and Risk Ass.* **22**, 65–79 (2008)



Posa, D.: The indicator formalism in spatial data analysis. *J. Appl. Stat.* **19**, 1, 83–101 (1992)



Posa, D.: A simple description of spatial-temporal processes. *Comput. Stat. and Data Anal.* **15**, 4, 425–438 (1993)



Rodrigues, A., Diggle, P.: A class of convolution-based models for spatio-temporal processes with non-separable covariance structure. *Scandinavian J. of Stat.* **37**, 4, 553–567 (2010)



Rouhani, S., Myers, D.E.: Problems in Space-Time Kriging of Geohydrological Data. *Math. Geol.* **22**, 5, 611–623 (1990)



Stein, M.L.: Space-time covariance functions. *J. Am. Statist. Assoc.* **469**, 310–320 (2005)